| Université IBN TOFAÏL<br>Ecole Nationale<br>Des Sciences Appliquées<br>Département<br>De Mathématique<br>-Kénitra- | | Semestre 3<br>Fontions de Plusieurs Variables<br>Automne 2018<br>Série N°3<br>Pr. Ch. Bensouda |
|---|---|---|

## Exercice 1:

Calculer les dérivées partielles premières( quand elles existent) des fonctions suivantes aux points indiqués

$$1)\ \ f(x,y)=\begin{cases}\left(\frac{x^2-2y^2}{x-y}\right) \text{ si } x\neq y\\ 0 \text{ si } x=y\end{cases} \quad \text{en } (a,a)\in\mathbb{R}^2$$

et

$$2)\ \ g(x,y,z)=\begin{cases}\left(\frac{xyz}{x^2+y^2+z^2}\right) \text{si } (x,y,z)\neq(0,0,0)\\ 0 \quad \text{si } (x,y,z)=(0,0,0)\end{cases} \quad \text{en } (0,0,0).$$

****************************************************************

## Exercice 2:

Evaluer les dérivées partielles premières( quand elles existent) des fonctions suivantes aux points indiqués

1) $f(x,y)=\left(xy+x^2\right)$ en $(2,-1)$ ; 2) $f(x,y)=\arctan\left(\frac{y}{x}\right)$ en $(1,-1)$

3) $f(x,y)=\sin\left(x\sqrt{y}\right)$ en $\left(\frac{\pi}{3},4\right)$ ; 4) $f(x,y)=\arctan(xy)$ en $(a,b)$

5) $f(x,y,z)=\left(x^3y^2z^4\right)$ en $(a,b,c)$ ; 6) $f(x,y,z)=\log\left(1+e^{xyz}\right)$ en $(a,b,c)$

****************************************************************

## Exercice 3:

Donner l'équation du plan tangent et de la droite normale aux surfaces $\mathcal{S}$ suivantes données par $z=f(x,y)$ aux points indiqués.

1) $f(x,y)=\left(xy+x^2\right)$ en $(2,-1)$ ; 2) $f(x,y)=\arctan\left(\frac{y}{x}\right)$ en $(1,-1)$

3) $f(x,y)=\cos\left(\frac{y}{x}\right)$ en $(4,\pi)$ ; 4) $f(x,y)=\arctan(xy)$ en $(a,b)$

5) $f(x,y)=\sqrt{1+x^2y^3}$ en $(1,2)$ ; 6) $f(x,y)=\left(\frac{xy}{x^2+y^2}\right)$ en $(0,2)$

## Exercice 4:

On considère $\mathcal{S}$ la paraboloïde d'équation

$$z = \left(x^2 + y^2\right) \ ; \ (x, y) \in \mathbb{R}^2$$

et soit

$$M = (1, 1, 0)$$

calculer la distance du point $M$ à la surface $\mathcal{S}$.

$$dis(M, \mathcal{S}) = \inf_{P \in \mathcal{S}} dis(P, M).$$

*****************************************************************

## Exercice 5:

On considère $f$ la fonction de deux variables donnée par

$$f(x, y) = \begin{cases} \left(\frac{x^3 - y^3}{x^2 + y^2}\right) & \text{si} \quad (x, y) \neq (0, 0) \\ 0 & \text{si} \quad (x, y) = (0, 0) \end{cases}.$$

Etudier la continuité et la différentiabilité de la fonction $f$ sur $\mathbb{R}^2$. La fonction $f$ est-elle de classe $\mathcal{C}^1$ sur $\mathbb{R}^2$?

*****************************************************************

## Exercice 6:

On considère la fonction $f$ définie par

$$f(x, y) = \begin{cases} \left(\frac{xy^n}{x^2 + y^2}\right) & \text{si} \quad (x, y) \neq (0, 0) \\ 0 & \text{si} \quad (x, y) = (0, 0) \end{cases}$$

Donner une condition nécessaire et suffisante sur $n \in \mathbb{N}$ pour que la fonction $f$ soit continue; soit de classe $C^1$.

*************************************************************

## Exercice 7:

On considère la fonction $f$ définie par

$$f(x, y) = \begin{cases} \left(\frac{x \sin^2 x}{x^2 + y^2}\right) & \text{si} \quad (x, y) \neq (0, 0) \\ 0 & \text{si} \quad (x, y) = (0, 0) \end{cases}$$

1- Montrer que $f$ est continue sur $\mathbb{R}^2$
2- Calculer les dérivées partielles d'ordre 1 en tout point de $\mathbb{R}^2$
3- La fonction $f$ est-elle différentiable sur $\mathbb{R}^2$
4- La fonction $f$ est-elle de classe $C^1$ sur $\mathbb{R}^2$



Pr. Ch. Bensouda